2・3年数学B　確認テスト（解説）

1．一般項から各項を求める[改訂版3TRIAL数学B 問題146]

一般項が次の式で表される数列 $\{a_n\}$ について，初項から第5項までを求めよ。

(1) $a_n = 3n-1$

$a_1 = 3 \cdot 1 - 1 = 2$
$a_2 = 5$
$a_3 = 8$
$a_4 = 11$
$a_5 = 14$

(2) $a_n = n(2n-1)$

$a_1 = 1 \cdot (2 \cdot 1 - 1) = 1$
$a_2 = 6$
$a_3 = 15$
$a_4 = 28$
$a_5 = 45$

一般項…第○項の数は何？というのを一発で求められる便利な式

$a_n = 2n+1$

⇓ n=3のとき，すべてのnに3を代入

$a_3 = 2 \cdot 3 + 1 = 7$　よって $a_3 = 7$

2．等差数列の初項，公差から各項を求める[改訂版3TRIAL数学B 問題151]

次のような等差数列の初項から第5項までを書け。

(1) 初項5，公差3

5, 8, 11, 14, 17

$+3$

(2) 初項35，公差 -7

35, 28, 21, 14, 7

-7

3．等差数列の決定：初項，公差から[改訂版3TRIAL数学B 問題153]

次のような等差数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。また，第10項を求めよ。

(1) 初項3，公差2

$a_n = 3 + 2(n-1)$

$a_n = 2n+1$ //

$a_{10} = 21$ //

(2) 初項 $\frac{1}{2}$，公差 $-\frac{1}{2}$

$a_n = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}(n-1)$

$a_n = -\frac{1}{2}n + 1$ //

$a_{10} = -4$ //

$a_n = \underset{初}{a} + \underset{差}{d}(n-1)$

4．等差数列の決定：項2つから[改訂版3TRIAL数学B 問題154]

次のような等差数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) 第3項が44，第8項が29

$a_3 = a + 2d = 44$　―①
$a_8 = a + 7d = 29$　―②
①,②より（連立方程式）
$a = 50,\ d = -3$
よって
$a_n = 50 - 3(n-1)$
$a_n = -3n + 53$ //

(2) 第15項が22，第45項が112

$a_{15} = a + 14d = 22$　―①
$a_{45} = a + 44d = 112$　―②
①,②より
$a = -20,\ d = 3$
よって
$a_n = 3n - 23$ //

一般項を求める…初と差が分かれば求められる！

$a_3 = 44$ のとき，$a_n = a + d(n-1)$ より

$a_3 = a + d(3-1) = a + 2d$ と表せられるので

$a + 2d = 44$ になる！

(3) 公差が5，第10項が50

$a_n = a + d(n-1)$ として
公差が5なので ← $d = 5$
$a_n = a + 5(n-1)$
また，$a_{10} = 50$ より
$a_{10} = a + 5(10-1) = 50$
$a + 45 = 50$
$a = 5$　よって $a_n = 5n$ //

(4) 初項が100，第7項が64

$a_n = a + d(n-1)$ として
初項が100なので ← $a = 100$
$a_n = 100 + d(n-1)$
また，$a_7 = 64$ より
$a_7 = 100 + 6d = 64$
$d = -6$
よって $a_n = -6n + 106$ //

$a_n = a + 5(n-1)$ のとき，a_{10} は

$a_{10} = a + 5(10-1)$ ← nへの代入に慣れましょう。

5．等差数列の初項，公差から，ある数が第何項かを求める[改訂版3TRIAL数学B 問題155]

初項44，公差 -6 の等差数列 $\{a_n\}$ がある。次の数はこの数列の第何項であるか。

(1) 8

$a_n = 44 - 6(n-1)$
$a_n = -6n + 50$
これより
$-6n + 50 = 8$
$n = 7$
よって
a_7 //

(2) 32

$-6n + 50 = 32$
$n = 3$
よって
a_3 //

(3) -22

$-6n + 50 = -22$
$n = 12$
よって
a_{12} //

$a_n = -6\underset{項数}{n} + 50$ で，"8"がでてくるのは第何項か？

⇒ 8になるときのnを求める！

$-6n + 50 = 8$

6．等差数列の初めて100を超える項，初めて負になる項[改訂版3TRIAL数学B 問題157]
次の問いに答えよ。

(1) 等差数列 $5,\ 9,\ 13,\ \cdots\cdots$ が初めて 100 を超えるのは第何項か。

$\xrightarrow{+4}$

初 5 差 4 より $a_n = 4n+1$

よって

$4n+1 > 100$

$4n > 99$

$n > \dfrac{99}{4} \sim 24.75$　　これより $\underline{a_{25}}$

(2) 初項 100，公差 -6 の等差数列が初めて負の数になるのは第何項か。

$\bigcirc < 0$

$a_n = -6n + 106$ なので

$-6n + 106 < 0$

$-6n < -106$

$n > \dfrac{53}{3} \sim 17.66\cdots$

これより $\underline{a_{18}}$

7．項2つから等差数列の正の数である項の項数を求める[改訂版3TRIAL数学B 問題159]
（応用）第 10 項が 250 で，第 25 項が -200 である等差数列 $\{a_n\}$ について，正の数である項は何項あるか。

計算して… $a_n = -30n + 550$

初めて負の数になる項は

$-30n + 550 < 0$

$n > \dfrac{55}{3} \sim 18.33\cdots$　より a_{19} である

よって正の数である項は $\underline{18項ある}$

8．等差数列の和：初項，末項，項数から．初項，公差，項数から[改訂版3TRIAL数学B 問題162]
次のような等差数列の和 S を求めよ。　～末がない

(1) 初項 1，末項 20，項数 10

$S_{10} = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot (1+20)$

$= \underline{105}$

(2) 初項 -3，公差 5，項数 15

$a_n = 5n - 8$ より

$a_{15} = 67$ ← 末

よって

$S_{15} = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot (-3+67)$

$= \underline{480}$

9．等差数列の和：初項，公差から[改訂版3TRIAL数学B 問題163]
次の等差数列の初項から第 n 項までの和 S_n を求めよ。また，初項から第 10 項までの和 S_{10} を求めよ。

(1) 初項 5，公差 9　　これが末

$a_n = 9n - 4$ より

$S_n = \frac{1}{2} \cdot n(5 + (9n-4))$

$\underline{S_n = \frac{1}{2} n(9n+1)}$

よって

$S_{10} = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot (9 \cdot 10 + 1) = \underline{455}$

(2) 初項 20，公差 -5

$a_n = -5n + 25$ より

$S_n = \frac{1}{2} \cdot n \cdot (20 + (-5n+25))$

$\underline{S_n = \frac{1}{2} n(-5n+45)}$

よって

$\underline{S_{10} = -25}$

10．等差数列の和：項の並びから[改訂版3TRIAL数学B 問題164]
次の等差数列の和 S を求めよ。　～項数がない

(1) $5,\ 9,\ 13,\ \cdots\cdots,\ 101$

$\xrightarrow{+4}$

$a_n = 4n + 1$ より

末が 101 になるのは

$4n + 1 = 101$

$n = 25$ ← 項数

よって

$S_{25} = \frac{1}{2} \cdot 25 \cdot (5 + 101)$

$= \underline{1325}$

(2) $123,\ 120,\ \cdots\cdots,\ -24$

$\xrightarrow{-3}$

$a_n = -3n + 126$ より

末が -24 になるのは

$-3n + 126 = -24$

$n = 50$

よって

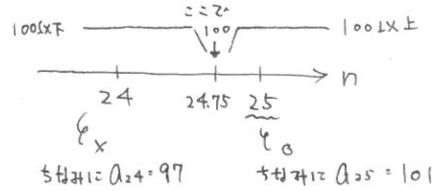
$S_{50} = \frac{1}{2} \cdot 50 \cdot (123 + (-24))$

$= \underline{2475}$

$a_n = 4n+1$ が初めて 100 を超える

$\Rightarrow\ 4n + 1 > 100$

（n がいくつのとき 100 より大きい数になるか）



第 24.75 項なんてないので，整数の項を調べる！

最初は 4(1)(2) と同じ。（省略）

問題の言葉じりに注意！

⇒ 正の数である項はいつまで？

a_{19} で初めて負です。

$S_n = \frac{1}{2} n(a + l)$　～もう1つの公式もありますが，これにで十分！

項数 初 末

… 項数と初と末が分かれば求められる！

末が分からないとき ⇒ まず一般項を求める！

このテクニックが使えれば，n が入っても大丈夫！

項数が分からないとき ⇒ これもまず一般項を求める！

全部で何コ？

$5,\ 9,\ 13,\ \cdots,\ 101$

これが第何項かを調べる

11. いろいろな自然数の和：自然数, 奇数, 偶数 [改訂版3TRIAL数学B 問題165]

次の和 S を求めよ。

(1) $1+2+3+\cdots\cdots+31$

$+1$

$a_n = 1 + 1\cdot(n-1)$

$a_n = n$ で、末は $n=31$ のときなので

$S_{31} = \frac{1}{2}\cdot 31\cdot(1+31)$

$= 496$

(2) $1+3+5+\cdots\cdots+101$

$+2$

$a_n = 2n-1$ で、末は

$2n-1 = 101$ より

$n = 51$ のときなので

$S_{51} = \frac{1}{2}\cdot 51\cdot(1+101)$

$= 2601$

(3) 2 から 20 までの偶数の和

$2, 4, 6, \cdots, 20$

$+2$

$a_n = 2n$ で、末は

$2n = 20$ より $n = 10$ なので

$S_{10} = \frac{1}{2}\cdot 10\cdot(2+20)$

$= 110$

(4) 23 から 57 までの奇数の和

$23, 25, 27, \cdots, 57$

$+2$

$a_n = 2n+21$ で、末は

$2n+21 = 57$ より $n = 18$ なので

$S_{18} = \frac{1}{2}\cdot 18\cdot(23+57)$

$= 720$

自然数の和などの公式もありますが……。とりあえず覚えなくても、自分で一般項をつくればOKです！

あとでイヤというほど使うので勝手に覚えます。

12. 等差数列の和が最大となる項, 負になる最初の項 [改訂版3TRIAL数学B 問題168]

（応用）初項が 30, 公差が -4 である等差数列 $\{a_n\}$ がある。初項から第何項までの和が, 初めて負の数になるか。 末でもある

① $a_n = -4n + 34$ より

$S_n = \frac{1}{2}\cdot n\cdot(30 + (-4n+34))$

$= \frac{1}{2}n(-4n+64)$

$= n(-2n+32)$

$= -2n^2 + 32n$

② $-2n^2 + 32n < 0$ とすると

$n^2 - 16n > 0$

$n(n-16) > 0$

$n < 0,\ 16 < n$ より

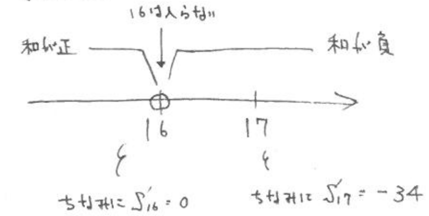
a_{17} までの和が初めて負の数になる

$S_n < 0$ と表す

第n項までの和

$30 + 26 + 22 + \cdots + 2 + (-2) + (-6) + \cdots$

どっかで和が負になりますよね。



※2次不等式

$A\times B > 0$ のとき

$x < A^{(小)},\ B^{(大)} < x$

$A\times B < 0$ のとき

$A^{(小)} < x < B^{(大)}$

13. 等比数列の初項, 公比から各項を求める [改訂版3TRIAL数学B 問題172]

次のような等比数列の初項から第5項までを書け。

(1) 初項3, 公比2

$3, 6, 12, 24, 48$

$\times 2$

(2) 初項9, 公比 $-\frac{1}{3}$

$9, -3, 1, -\frac{1}{3}, \frac{1}{9}$

$\times\left(-\frac{1}{3}\right)$

14. 等比数列の決定：初項, 公比から. 項の並びから [改訂版3TRIAL数学B 問題174]

次のような等比数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。また, 第5項を求めよ。

(1) 初項 -2, 公比3 $a_n = -2\cdot 3^{n-1}$

(2) 初項4, 公比 $-\frac{1}{3}$ $a_n = 4\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)^{n-1}$

(3) 1, 4, 16, 64, ……

$\times 4$

$a_n = 1\cdot 4^{n-1}$

$\Downarrow$

$a_n = 4^{n-1}$

(4) 27, 18, 12, 8, ……

$\times\frac{2}{3}$ ← $27\times\square = 18$

$\square = \frac{18}{27}$ で求められる

$a_n = 27\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$

$a_n = \underset{初}{a}\cdot \underset{比}{r}^{\,n-1}$ ＜ 等差数列の一般項と比べると……。

$a_n = a + d\cdot(n-1)$ 初→初, 公差→公比(かける→0乗) 何となく似てますよ。

※こういう表記はまちがいです。

× $a_n = 27\cdot\frac{2}{3}^{n-1}$

⇒ こう見えちゃいます $a_n = 27\cdot\frac{2^{n-1}}{3}$

15. 等比数列の決定：項2つから [改訂版3TRIAL数学B 問題176]

次のような等比数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) 第5項が -48, 第7項が -192

$a_5 = ar^4 = -48$ －①

$a_7 = ar^6 = -192$ －②

②より ＜やり方は色々あります

$ar^6 = -192$

$ar^4\cdot r^2 = -192$

①を代入して

$-48r^2 = -192$

$r^2 = 4$

$r = \pm 2$

$r=2$ のとき $a=-3$

$r=-2$ のとき $a=-3$

よって

$a_n = -3\cdot 2^{n-1}$

$a_n = -3\cdot(-2)^{n-1}$

(2) 第4項が3, 第6項が27

$a_4 = ar^3 = 3$ －①

$a_6 = ar^5 = 27$ －②

②より

$ar^3\cdot r^2 = 27$

①を代入して

$3r^2 = 27$

$r^2 = 9$

$r = \pm 3$

$r=3$ のとき $a=\frac{1}{9}$

$r=-3$ のとき $a=-\frac{1}{9}$

よって

$a_n = \frac{1}{9}\cdot 3^{n-1}$

$a_n = -\frac{1}{9}\cdot(-3)^{n-1}$

一般項を求める…初と比が分かれば求められる！

$a_5 = -48$ のとき, $a_n = ar^{n-1}$ より

$a_5 = ar^{5-1} = ar^4$ と表せられるので

$ar^4 = -48$ になる！

$ar^4 = -48$ で $r = 2$ のとき

$16a = -48$ より $a = -3$

16. 等比数列の初めて1000を超える項［改訂版3TRIAL数学B 問題179］

（応用）初項が2，公比が3である等比数列 $\{a_n\}$ がある。初めて1000を超えるのは第何項か。

$a_n = 2\cdot 3^{n-1}$ より

$2\cdot 3^{n-1} > 1000$ とすると

$3^{n-1} > 500$

$3^5 < 500 < 3^6$ なので 3^6 で500を超える

よって $3^{n-1} = 3^6$ であればいいので，$n=7$ $\Rightarrow$ a_7

自分で考えてみて…。

$3^4 = 81$，$3^5 = 243$，$3^6 = 729$

$3^{n-1} = 3^6$ ← ○乗でみてみる

17. 等比数列の和：初項，公比から．項の並びから［改訂版3TRIAL数学B 問題185］

次のような等比数列の初項から第 n 項までの和 S_n を求めよ。

(1) 初項2，公比3

$S_n = \dfrac{2(3^n-1)}{3-1}$

$= \dfrac{2(3^n-1)}{2}$

$= 3^n - 1$

(2) 初項21，公比 -2

$S_n = \dfrac{21(1-(-2)^n)}{1-(-2)}$

$= \dfrac{21(1-(-2)^n)}{3}$

$= 7(1-(-2)^n)$

$S_n = \dfrac{a(r^n-1)}{r-1}$ または $\dfrac{a(1-r^n)}{1-r}$

どっちを使ってもOKですが㊤が分数と負の数のときは

$\dfrac{-}{1-r}$ の方が使いやすい。ちょっとだけ。

$1-(-2)^n = 1+2^n$ にするのは，まちがい！

$n=2$ のとき

（左辺）$=-3$ だけど（右辺）$=5$ ですよね。

(3) $3,\ 3^2,\ 3^3,\ 3^4,\ \cdots\cdots$

$\times 3$

$S_n = \dfrac{3(3^n-1)}{3-1}$

$= \dfrac{3}{2}(3^n-1)$

(4) $4,\ 2,\ 1,\ \dfrac{1}{2},\ \cdots\cdots$

$\times \dfrac{1}{2}$

$S_n = \dfrac{4\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right)}{1-\frac{1}{2}}$

$= \dfrac{4\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right)}{\frac{1}{2}}$

$= 8\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right)$

$\dfrac{4A}{\frac{1}{2}}$ の直し方 $\Rightarrow$ $\dfrac{4A\times 2}{\underbrace{\frac{1}{2}\times 2}_{}}= \dfrac{8A}{1} = 8A$

㊤と㊦に同じ数をかける

18. 等比数列の2つの和から初項，公比［改訂版3TRIAL数学B 問題190］

次のような等比数列の初項 a と公比 r を求めよ。

(1) 初項と第2項の和が -2，第3項と第4項の和が -8

$a_n = ar^{n-1}$ とすると $a_1 = a$（初項），$a_2 = ar$，$a_3 = ar^2$，$a_4 = ar^3$ より

$a_n = ar^{n-1}$ のとき，$a_2 = ar^{2-1} = ar^1$

$a + ar = -2$ －①

$ar^2 + ar^3 = -8$ －②

くくり出し

②より

$r^2(\underbrace{a+ar}_{①}) = -8$

$-2r^2 = -8$

$r = \pm 2$

$r=2$ のとき①より $a + 2a = -2$

$3a = -2$

$a = -\dfrac{2}{3}$

$r=-2$ のとき $a=2$

よって

$a = -\dfrac{2}{3},\ r=2$ と $a=2,\ r=-2$

$a = -\dfrac{2}{3},\ r=2$ のとき

$a_1 = -\dfrac{2}{3}$，$a_2 = -\dfrac{4}{3}$ なので

$a_1 + a_2 = -\dfrac{2}{3} + \left(-\dfrac{4}{3}\right) = -2$

$a=2,\ r=-2$ のとき

$a_1 = 2$，$a_2 = -4$ なので

$a_1 + a_2 = 2 + (-4) = -2$

ということで，2種数答えがあります。

※どっちも $a_3 + a_4 = -8$ になってます。

(2) 初項から第3項までの和が3，第3項から第5項までの和が12

$a + ar + ar^2 = 3$ －①

$ar^2 + ar^3 + ar^4 = 12$ －②

②より

$r^2(a + ar + ar^2) = 12$

$3r^2 = 12$

$r^2 = 4$

$r = \pm 2$

$r=2$ のとき $a = \dfrac{3}{7}$

$r=-2$ のとき $a = 1$

よって

$a = \dfrac{3}{7},\ r=2$ と $a=1,\ r=-2$